

# Commande d'un processus de suspension magnétique



Réalisé par

Guanqun Liu  
Samuel Rosener

Encadré par

Aziz Nakrachi

# Sommaire

I Introduction	
Objectifs	p3
Description du système	p3
II Modélisation	
Partie électrique	p4
Partie mécanique	p4
Capteur de position	p4
Fonction de transfert globale	p4
III Analyse	
Mise en équations d'état	p5
Lieux de Bode et de Nyquist	p6
IV Correcteur à avance de phase	
Notion de correcteur à avance de phase	p7
Détermination des coefficients du correcteur	p7
Simulation	p8
Manipulation	p8
V Retour d'état par placement de pôles	
Principe	p10
Réalisation sur Matlab	p10
Résultats de la simulation	p11
VI Observateur	
Principe	p13
Mise en oeuvre	p13
Résultats	p14
VII Logique floue	
fonctions d'appartenances	p16
Règles du correcteur	p16
Résultats	p17
VIII Conclusions	
Bilan	p18
Perspectives	p18
IX Annexes	

# **I Introduction**

## 1 Objectifs

Notre projet, consiste à développer différentes méthodes pour contrôler une Suspension Magnétique, un système non linéaire et instable. Ce rapport présente notre étude. Nous analyserons le système et les performances de nos commandes réalisées sur différentes variables.

Notre étude consiste à garantir une convergence entre la position du pendule et la valeur de consigne, cela le plus rapidement possible.

Il est donc question de mettre en oeuvre une commande du système de suspension magnétique Amira MAX401 à l'aide du logiciel Matlab-Simulink.

La suspension magnétique est une technologie avec laquelle l'objet est suspendu par la force électromagnétique. Elle est utilisée dans plusieurs domaines par exemple un système de train magnétique (à Shanghai, Chine). Le système étudié ici est de faible puissance, la stabilisation du système est un problème principal à résoudre. Nous allons donc la construire par différentes méthodes.

## 2 Description du système

Il se compose d'un corps de pendule qui traverse un plan et d'un électro-aimant dont l'actionneur et un contrôleur analogique. La suspension magnétique du pendule est assurée par un champ magnétique variable qui est créé par un courant  $I$ . On injecte d'abord une tension qui vient créer un courant électrique (entre  $-1A$  et  $1A$ ), le champ magnétique ainsi créé provoque une force qui soutient le pendule dans la position désirée. La position du corps peut être mesurée par le capteur qui délivre un signal en tension de  $4V/mm$ .

Nous disposons également d'une boîte de contrôle, avec un PID intégré. Elle est connectée à l'ordinateur par une carte PCI-6221.

## II Modélisation

### 1 partie électrique

Pour simplifier le système, nous allons modéliser cette partie par une inductance L en série avec une résistance.

En utilisant la transformée du Laplace, nous l'écrivons sous la forme :

$$\mathbf{G}_1(\mathbf{s}) = \mathbf{I}(\mathbf{s}) / \mathbf{U}(\mathbf{s}) = \mathbf{K}_{p1} / (\mathbf{1} + \mathbf{T}_s \cdot \mathbf{s})$$

Avec  $\mathbf{K}_{p1} \approx 0.1\text{A/V}$  et  $\mathbf{T}_s = \mathbf{L} / \mathbf{R} \approx 11.5\text{ms}$

### 2 partie mécanique

La force magnétique est fonction du courant I et de la position X.

$$\mathbf{f}(\mathbf{t}) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{i}(\mathbf{t}) + \mathbf{b} \cdot \mathbf{x}(\mathbf{t})$$

Ici la masse du pendule est faible, la gravité mg est donc négligeable devant l'accélération.

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{i}(\mathbf{t}) + \mathbf{b} \cdot \mathbf{x}(\mathbf{t}) = \mathbf{m} \cdot \partial^2 \mathbf{x}(\mathbf{t}) / \partial \mathbf{t}^2$$

En posant  $\mathbf{T}_m^2 = \mathbf{m} / \mathbf{b}$  et  $\mathbf{K}_{p2} = \mathbf{a} / \mathbf{b}$  on obtient donc

$$\mathbf{G}_2(\mathbf{s}) = \mathbf{X}(\mathbf{s}) / \mathbf{I}(\mathbf{s}) = -\mathbf{K}_{p2} / (\mathbf{1} - \mathbf{T}_m^2 \cdot \mathbf{s}^2)$$

Avec  $\mathbf{K}_{p2} \approx 15$  et  $\mathbf{T}_m \approx 23 \text{ ms}$

### 3 capteur de position

La position du pendule varie entre -2.5mm et 2.5mm. Et le signal obtenu varie entre -10V et 10V. La fonction de transfert s'écrit :

$$\mathbf{G}_3(\mathbf{s}) = \mathbf{Y}(\mathbf{s}) / \mathbf{X}(\mathbf{s}) = \mathbf{K}_{p3}$$

$\mathbf{K}_{p3} = 4\text{V/mm}$

### 4 Fonction de transfert globale

$$\mathbf{G}(\mathbf{s}) = \mathbf{G}_1(\mathbf{s}) \cdot \mathbf{G}_2(\mathbf{s}) \cdot \mathbf{G}_3(\mathbf{s}) = \mathbf{K}_{ps} / [(\mathbf{1} - \mathbf{T}_m^2 \cdot \mathbf{s}^2) (\mathbf{1} + \mathbf{T}_s \cdot \mathbf{s})]$$

Avec  $\mathbf{K}_{ps} \approx 6$ ,  $\mathbf{T}_m \approx 23 \text{ ms}$  et  $\mathbf{T}_s \approx 11.5 \text{ ms}$

### III Analyse du système

La fonction de transfert obtenue dans la partie précédente montre clairement que le système possède 3 pôles.

$$P_1 = -1 / T_s, p_2 = -1 / T_m \text{ et } p_3 = 1 / T_m$$

Le pôle  $P_3$  est positif, l'ensemble du système est donc instable.

#### 1 mise dans l'espace d'état

Dans cette étude on envisage la réalisation d'une commande par retour d'état. Pour la suite on va étudier cette représentation.

$$\begin{aligned}\dot{X}(t) &= AX(t) + BU(t) \\ Y(t) &= CX(t)\end{aligned}$$

La réalisation d'une nouvelle commande de la forme  $U(t) = -KX(t) + fV(t)$  conduit aux relations :

$$\begin{aligned}\dot{X}(t) &= (A - BK)X(t) + BV(t) \\ Y(t) &= CX(t)\end{aligned}$$

Dans lesquelles  $V(t)$  est la consigne,  $K$  est la matrice dont le rôle est de déplacer les pôles à  $A - BK$ . Cette matrice doit avoir des valeurs propres à partie réelle négatives. Le coefficient  $f$  assure un gain statique unitaire.

Considérons :

- x1 : la position du pendule
- x2 : la vitesse du pendule
- x3 : le courant dans la bobine

on a donc

$$\begin{aligned}\text{Les états} \quad \dot{X} &= X_2 \\ \dot{X}_2 &= \frac{X_1}{T_m} + K_{p2} \frac{X_3}{T_m} \\ \dot{X}_3 &= -\frac{X_3}{T_s} + K_{p1} \frac{U(t)}{T_s} \\ \text{La sortie} \quad Y &= K_{p3} X_1\end{aligned}$$

On obtient donc

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1/(Tm^2) & 0 & Kp2/(Tm^2) \\ 0 & 0 & -1/Ts \end{bmatrix}$$

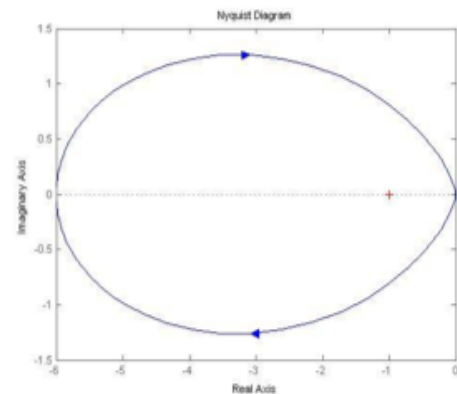
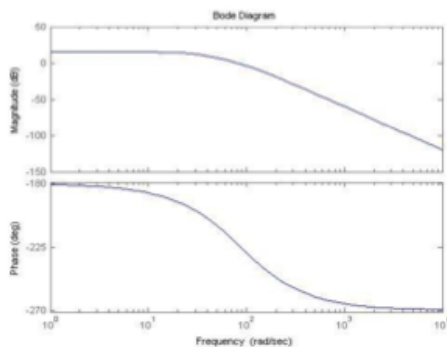
$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ Kp1/Ts \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} Kp3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

## 2 Lieux de Bode et de Nyquist

Pour étudier le système plus précisément, il nous faut le diagramme Nyquist de sa transmittance en boucle ouverte HBO, nous l'obtenons avec la fonction nyquist(sys) de Matlab.

Nous notons que la courbe est autour du point critique (-1), selon le critère de revers il vérifie que le système est instable. Nous allons le déplacer jusqu'à ce qu'il laisse le point critique (-1) à gauche du lieu. Dans le chapitre suivant nous allons introduire un correcteur à avance de phase.



A cette étude on joute celle du diagramme de Bode. On observe que  $H(j.\omega_p) = 0$  dB où la phase est de  $-225^\circ$ . Selon le critère, Nous désirons une phase supérieure à  $-180^\circ$  à ce point, il faut donc le compenser par un correcteur.

## IV Correcteur à avance de phase

### 1 Notion du correcteur

Considérons un système dont la fonction de transfert en boucle ouverte est  $H(j\omega)$ . En boucle fermée le système aura pour fonction de transfert

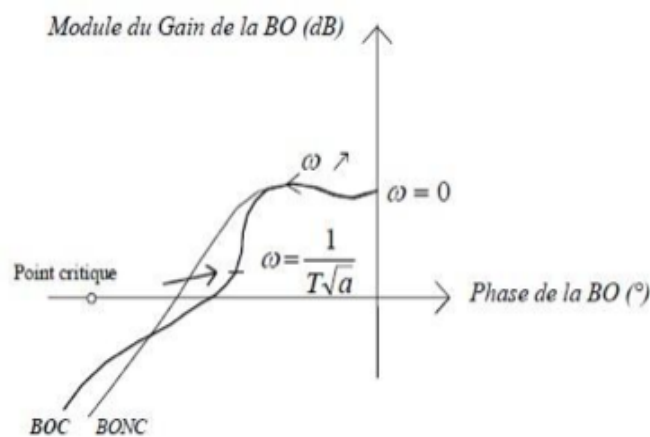
$$\frac{H(j\omega)}{H(j\omega) + 1}$$

Dans une première approche simplifiée de la stabilité, on considère que la limite de la stabilité pour ce type de système en boucle fermée, est atteint quand le dénominateur devient nul  $H(j\omega)+1=0$  soit encore  $H(j\omega) = -1 = 1 \cdot \exp(-j\pi)$

Quand le système laisse le point critique ( $-180^\circ$ ; 0dB) à gauche du lieu de black, le système devient localement stable.

Avec la forme :

$$C(p) = U(p) / E(p) = K (1 + a.T.p) / (1 + T.p)$$



### 2 Détermination des coefficients du correcteur

1. On détermine l'avance de phase nécessaire

$$\Delta\varphi = \arcsin \left[ \frac{a - 1}{a + 1} \right] \rightarrow \text{on trouve donc } a.$$

2. On choisit T pour que la zone de pulsation concernée par l'avance de phase maxi se situe autour du point critique.

$$\text{On a alors } \omega_a = 1 / (T \cdot \sqrt{a}) \rightarrow \text{on en déduit alors } T.$$

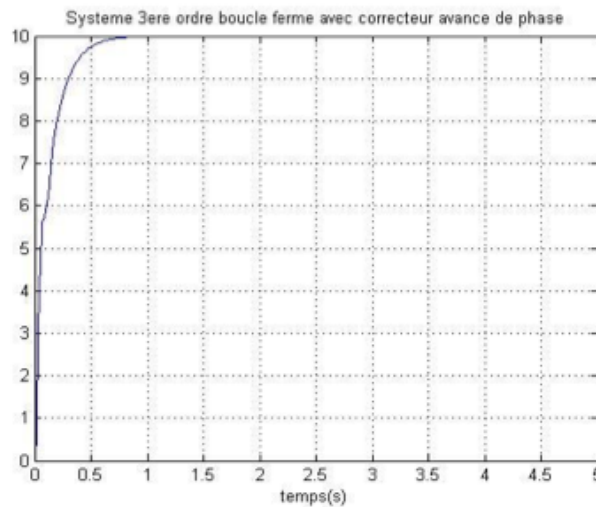
### 3 Simulation

On passe une étude sur le cas plus précise, le système troisième ordre. Avec les coefficients du correcteur :

$$W_a = 80$$

$$K = 0,2$$

$$a = 10$$

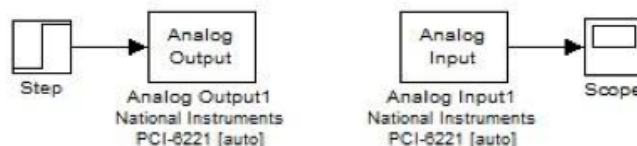


La réponse à un échelon de tension est donc relativement lente mais très stable et sans dépassement.

### 4 Manipulation

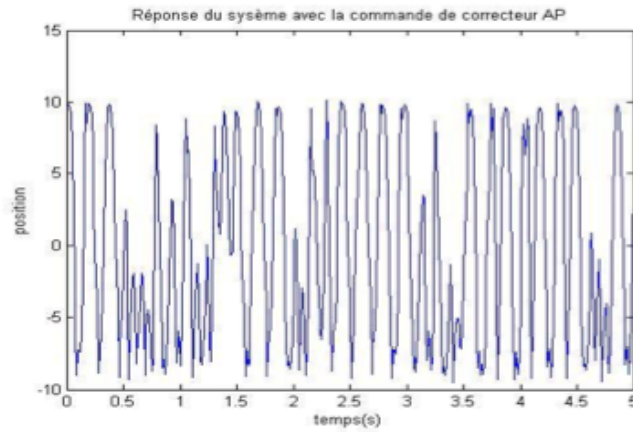
A l'aide du bloc *analog output* et *analog input*, nous pouvons lier le système avec notre ordinateur par la carte PCI-6221.

Une configuration de *real-time windows target* est nécessaire. Maintenant nous pouvons appliquer ce correcteur sur le système de la suspension magnétique et observer son fonctionnement de la commande

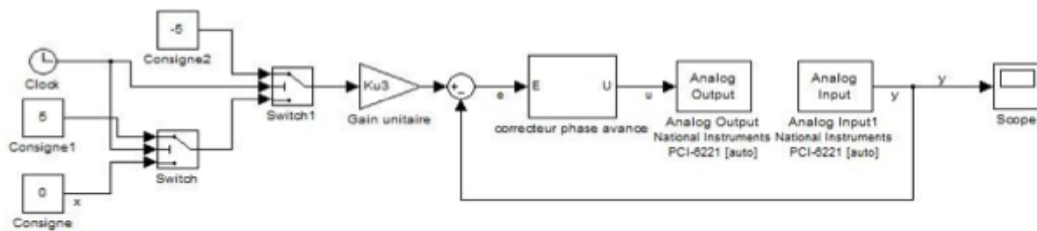


En gardant un temps d'échantillonnage de 0,01 on n'arrive pas à stabiliser le système avec notre correcteur à avance de phase. Car la pendule vibre entre la position maximum et minimum, il entre quasiment en pompage.





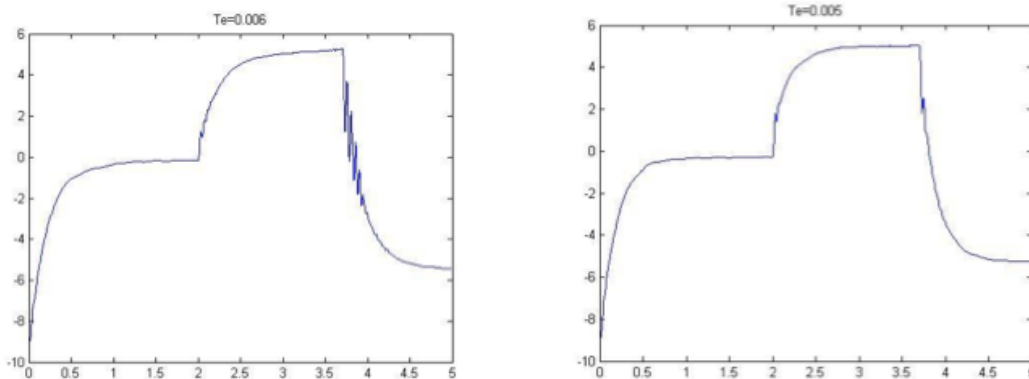
Le schéma simulink est le suivant :



### Régulation du retard :

La simulation fonctionne assez bien cependant le système réel n'accepte pas notre régulation, on peut supposer que il y reste encore des problèmes qui peuvent influencer le résultat. Telles que l'erreur de modélisation du système, l'influence du bruit sur les capteurs ou encore le retard de discrétisation.

Nous pouvons faire une régulation sur notre temps d'échantillonnage



On remarque qu'avec un  $T_e < 0,01$  le système réel se stabilise bien. La simulation montrait un temps de réponse relativement long, on se rend compte ici que ce phénomène est toujours présent. Ce régulateur a donc un bon effet stabilisant mais il est trop devant la dynamique du système.

# V Retour d'état par placement de pôles

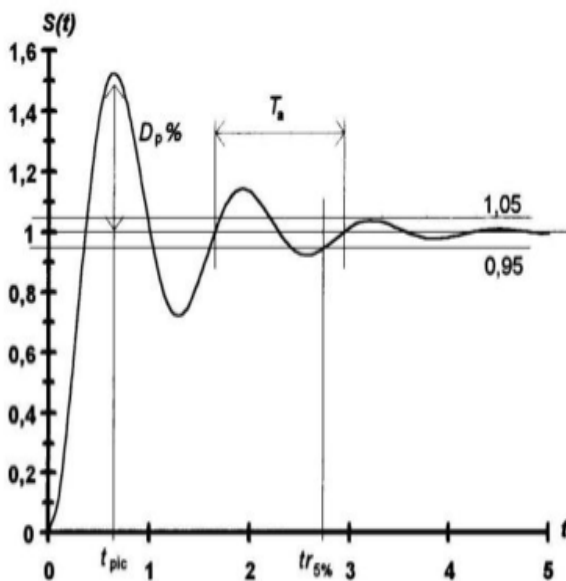
## 1 Principe

Le principe est de déterminer une commande telle que les pôles du système de la fonction de transfert du système bouclé soient convenablement placés dans le plan complexe et satisfassent des spécifications d'amortissement et de rapidité. On cherche à annuler leur partie imaginaire qui induit des oscillations et à augmenter leur partie réelle pour que le système soit plus rapide. Le but est donc de réaliser un asservissement modifiant convenablement la matrice d'état du système.

## 2 réalisation sur Matlab

Le système sera stable si et seulement si les pôles tous ont une partie réelle négative. Nous allons garder le premier pôle négative  $p_1 = -1 / T_s$  et déplacer les autres.

A l'aide du PID présent sur la maquette, nous pouvons tracer une réponse indicielle du système qui est stable. Nous considérons le système est du deuxième ordre en négligeant l'influence du pôle négatif sur la réponse.



Avec :

$$\text{Temps de pic } T_{pic} = \frac{\pi}{\omega_p}$$

Déplacement  $D$

$$\text{Réponse oscillatoire amortie de pulsation } \omega_p = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$$

$$\text{Pseudo période des oscillations } T_p = \frac{2\pi}{\omega_p}$$

En sachant que la fonction de transfert :

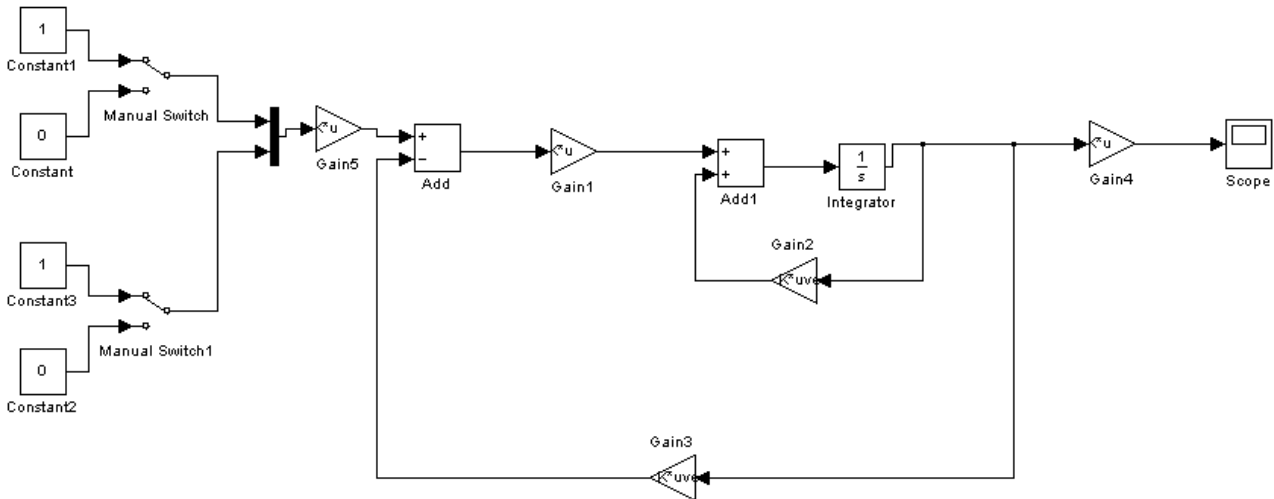
$$H(s) = \frac{K\omega_n}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

Ici les pôles complexes conjugués sont les suivants :

$$\lambda_{1,2} = -\xi\omega_n \pm j\omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$$

Avec le PID nous obtenons  $T_{pic} = 0,075$ , nous fixons donc cette valeur pour la suite. Nous prendrons  $\xi = 0,7$ , c'est un bon compromis entre vitesse et dépassement.

Voici est le schéma bloc sous Matlab



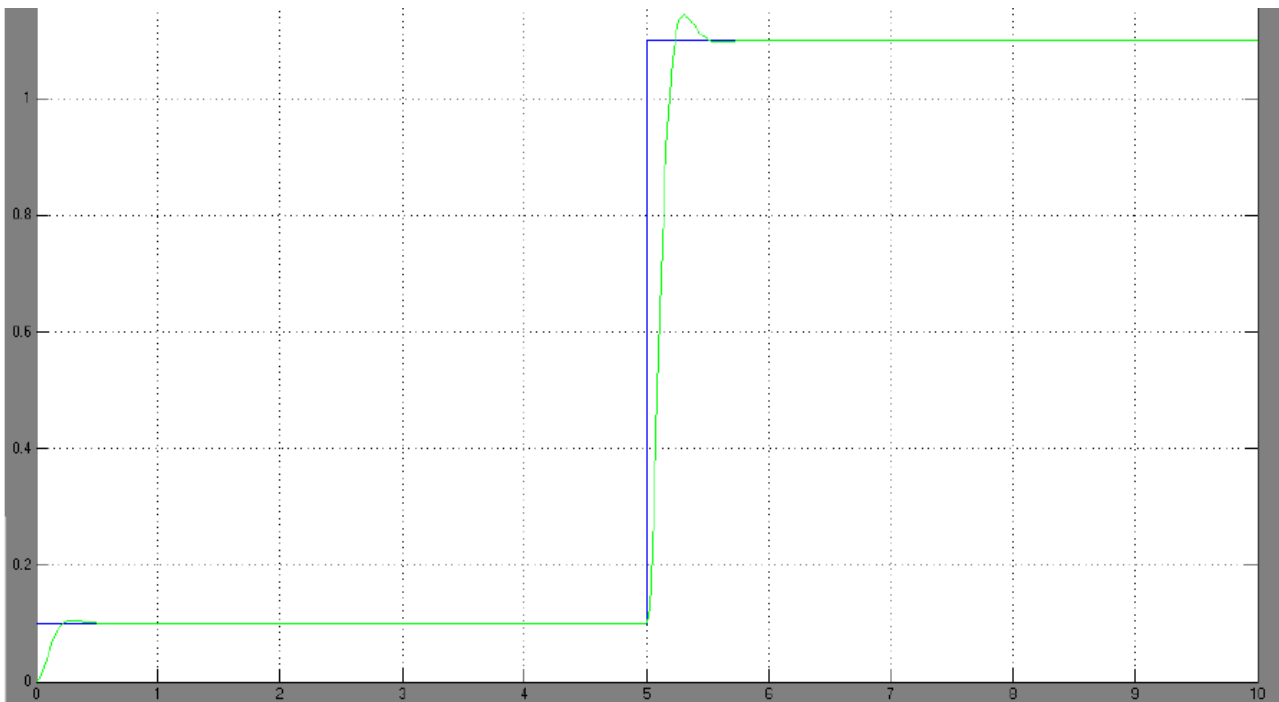
Pour calculer la matrice de  $K$ , on a tout d'abord obtenu les pôles de la fonction de transfert de boucle fermée, puis on a multiplié ces pôles par un coefficient entre 3 et 8 (ici 5) pour stabiliser le système, on a imposé -86.9565 comme le troisième composant de  $K$ . Le coefficient multiplicatif permet d'avoir une dynamique plus rapide (on décale les pôles vers la gauche du plan) mais un coefficient trop grand demande des grandeurs physique que le système ne peut pas fournir.

### Script Matlab

```
eig(A)
disp('Comme il y a une valeur propre de A qui est positive, on fait changement des poles')
w0=15; zeta=0.7;
p1=-zeta*w0+w0*sqrt(zeta*zeta-1);
p2=-zeta*w0-w0*sqrt(zeta*zeta-1);
P=[p1 p2 -86.9565]
K=place(A,B,P)
```

La commande `eig(A)` donne les valeurs propres de  $A$ .

### 3 Résultat de la simulation



On voit que le placement des pôles est assez efficace, le système est stable et régit rapidement, le fait d'avoir multiplié par 5 les parties réelles ne demande pas non plus un gros effort au système. Les parties imaginaires nulles permettent bien d'avoir un très faible dépassement et d'annuler les oscillations.

# VI Observateur

## 1 Principe

Le but de l'observateur est de déterminer des grandeurs qui ne peuvent pas être mesurées directement. On cherche ici à déterminer les grandeurs d'état non mesurables, à savoir la vitesse du pendule et le courant dans la bobine. C'est une réplique du système à laquelle est ajoutée une commande proportionnelle (gain  $L$ ) à l'écart entre le signal de sortie réel et le signal de sortie reconstruit. Les rapports  $Y/U$  et  $Y'/U$  sont égaux en régime permanent. Parmi les différents type d'observateurs, on a choisit un observateur complet et relativement simple à adapter.

## 2 mise en oeuvre

Un observateur dynamique a la forme suivante :

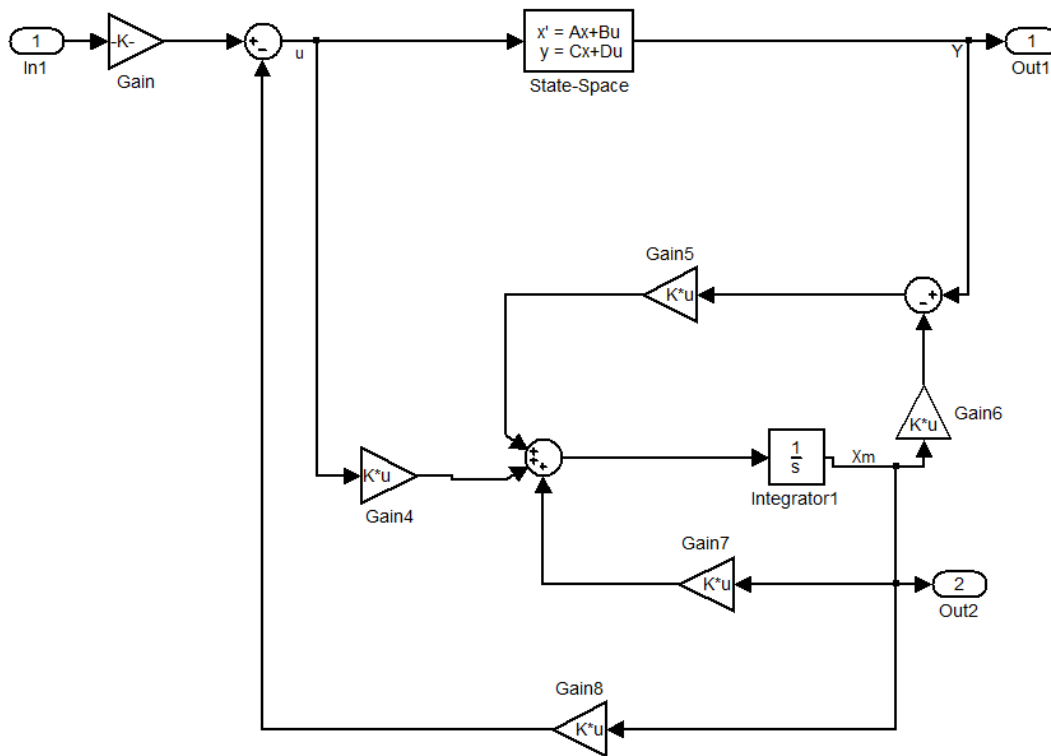
$$\begin{aligned}\dot{\hat{X}}(t) &= A\hat{X}(t) + BU(t) + L(Y - \hat{Y}) \\ \hat{Y}(t) &= C\hat{X}(t)\end{aligned}$$

Associé au processus étudié, ce système porté également le nom de reconstituteur d'état et l'équation différentielle est réécrite de la manière suivante :

$$\dot{\hat{X}}(t) = (A - LC)\hat{X}(t) + BU(t) + LY$$

Où  $L$  est la matrice de gain et doit être déterminé de manière à ce que l'erreur sur l'état converge exponentiellement vers 0, soit  $\tilde{X} = (X - \hat{X}) \rightarrow 0$ . Pour cela, il suffit de choisir  $L$  telle que la matrice  $(A - LC)$  soit une matrice *Hurwitz* Comme notre système est instable, il faut aussi stabiliser notre système par retour d'état et donc assurer le fonctionnement de l'observateur.

Voici est le schéma bloc de l'observateur :



Des considérations, souvent contradictoires, interviennent dans le choix de la matrice L :

Le comportement dynamique de l'observateur, lié aux valeurs propres de  $S = A - L \cdot C$  doit être satisfaisant : leur partie réelle doit être négative et leur module plus grand que celui des valeurs propres de A afin que la durée du régime transitoire de l'erreur soit plus courte que celle du régime transitoire du système.

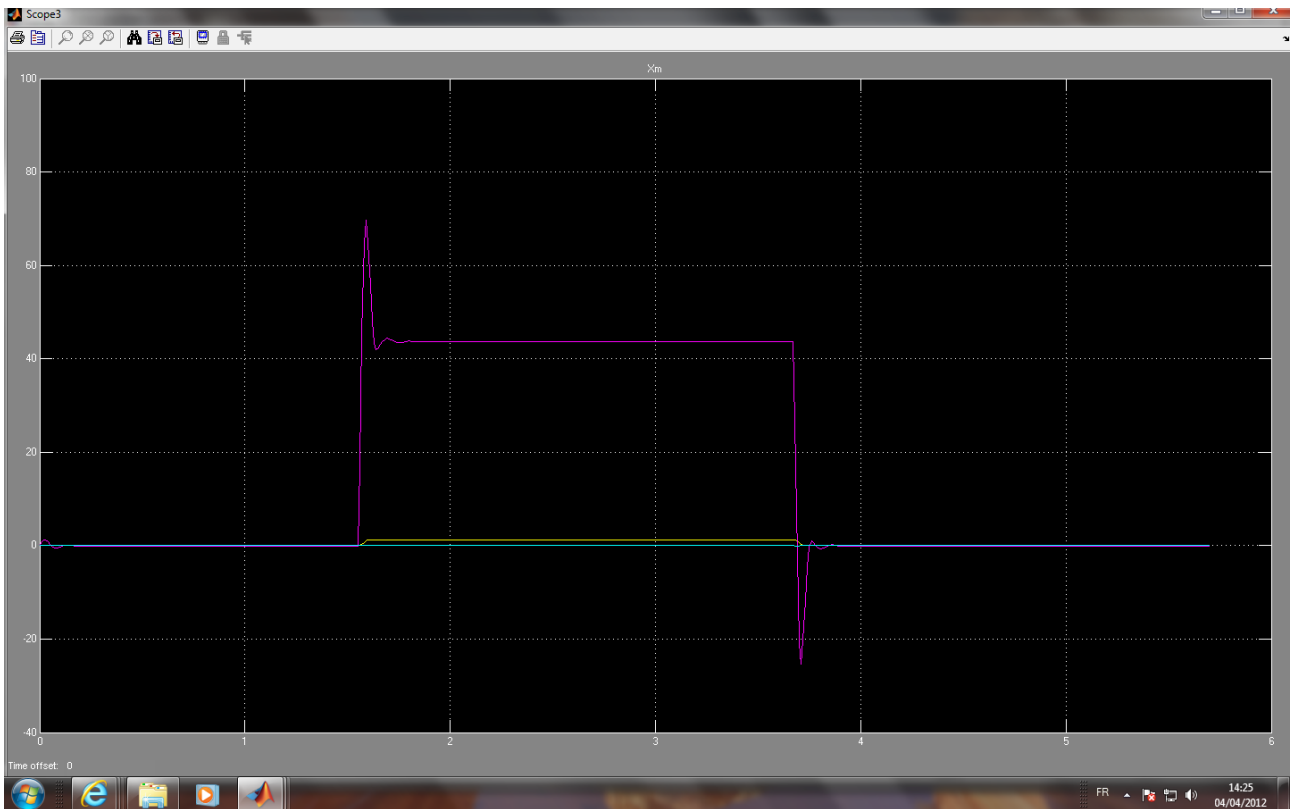
Les perturbations sur l'équation d'état (A, B) conduisent, si elles sont importantes, à choisir un grand L afin de renforcer l'influence des mesures par rapport à la simulation. En revanche le bruit entachant la mesure des grandeurs de sortie, amplifié par L, exige une valeur petite pour L.

### Script Matlab

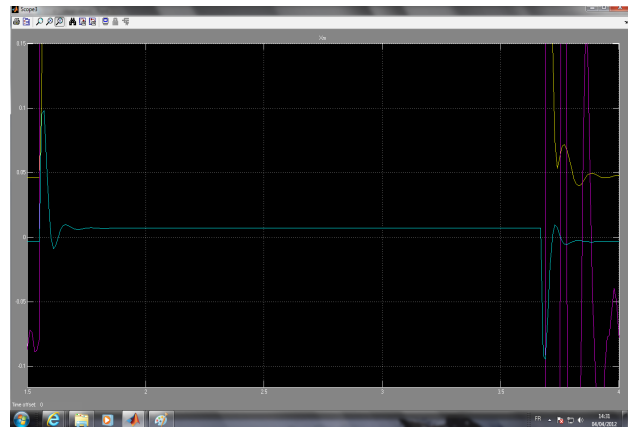
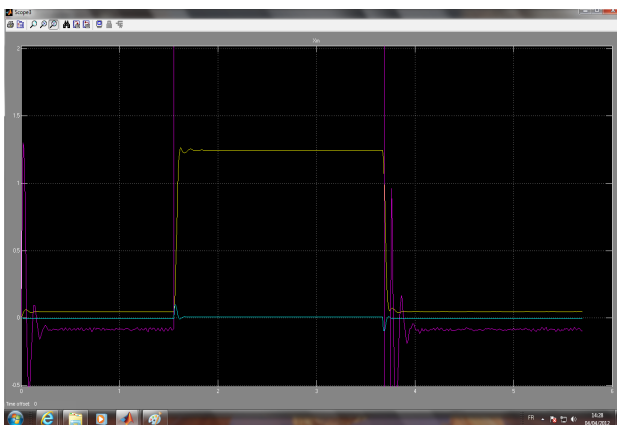
```
Pp=[-15.2 -15 -90]
Ltr=place(A',C',Pp)
L=Ltr'
```

### 3 Résultat de la simulation

On voit ici en violet la position du pendule, le système réagit très rapidement mais un dépassement significatif à lieu. Il reste bien stable.



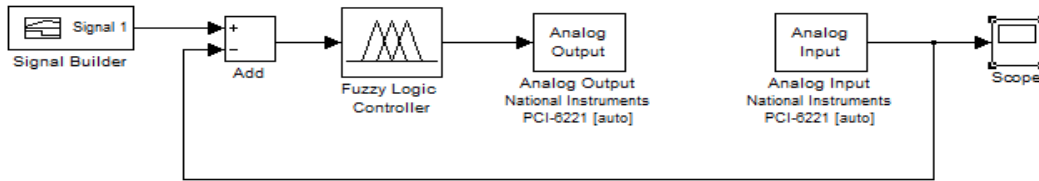
La mise à l'échelle ne fonctionne plus avec les observations nous avons donc zoomé sur la courbe.



Ici la vitesse du pendule apparaît en jaune et le courant dans la bobine en bleu. Ce régulateur fonctionne donc bien et nous permet de déterminer les grandeurs que l'on ne pouvait pas mesurer.

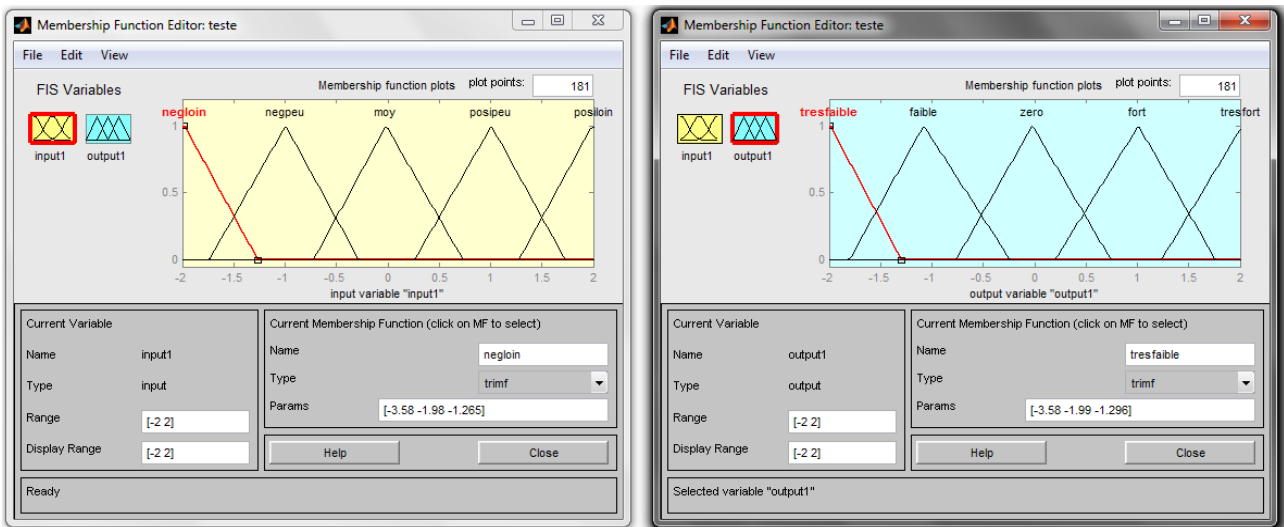
# VII Logique floue

Nous avons aussi mis en oeuvre un correcteur floue afin de le comparer avec le correcteur PID, on a tout d'abord défini les fonctions d'appartenance.



## 1 Fonctions d'appartenance

Il s'agit ici de fragmenter les entrées et les sorties. Si la position est très inférieure à la consigne elle appartient à la courbe 1, si elle est juste un peu au dessus elle appartient à la courbe 4, etc...



On définit les sortie de la même façon, avec un courant qui varie entre Imin et Imax.

## 2 règles du correcteur

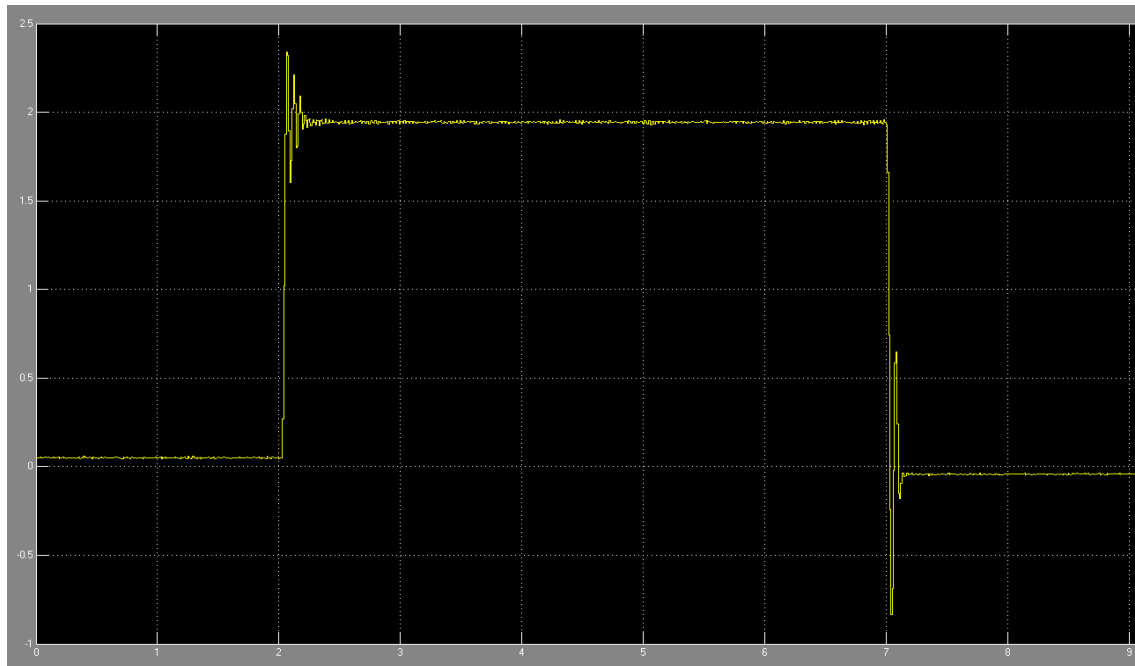
Puis on a défini les conditions du correcteur, si la position est très en dessous de la consigne on applique un courant fort, si position = consigne on ne fait rien, etc...

1. If (input1 is negloin) then (output1 is tresfort) (1)
2. If (input1 is negpeu) then (output1 is fort) (1)
3. If (input1 is moy) then (output1 is zero) (1)
4. If (input1 is pospeu) then (output1 is faible) (1)
5. If (input1 is posiloin) then (output1 is tresfaible) (1)



### 3 Résultat de simulation

La logique floue donne de bons résultats, elle annule les perturbations assez bien et réagit très vite à un échelon en consigne. En revanche la position oscille fortement avant de stabiliser et cette position oscille encore très légèrement même en régime permanent.



# VIII Conclusions

## 1 Bilan

Les différents types de correcteurs que nous avons mis en oeuvre sur le système ont tous montrés différents avantages et inconvénients. Dans notre étude, nous avons construit un correcteur à avance de phase, le déplacement des pôles par retour d'état, un observateur de Lunberger et un correcteur flou pour stabiliser la suspension magnétique. Nous avons vérifié que nos méthodes fonctionnent bien même avec un assez grand temps d'échantillonnage.

Le correcteur à avance de phase est trop lent et il demande un  $T_e$  très faible, mais il est simple à mettre en oeuvre.

Le placement de pôles fonctionne ici très bien, il est rapide, stable robuste. L'observateur de Luenberger que nous lui avons ajouté permet aussi de déterminer les grandeurs d'états non mesurable et donc de commander le pendule non plus en position mais en courant ou en vitesse. C'est là le meilleur correcteur mais il est long à construire. De plus le système n'étant pas linéaire on ne peut pas simplement transposer le schéma du modèle sur le système réel, il faut à chaque fois le tester pour l'adapter.

Le correcteur flou fonctionne assez bien certes moins bien que le placement de pôles mais son avantage est de taille, il suffit de le construire sur le système réel. On s'affranchi donc du phénomène de non linéarité par rapport au modèle.

## 2 Perspectives

Nous avons essayé pendant les dernières semaines du projet de réaliser une commande entièrement échantillonnée. Cela nous aurai demandé beaucoup plus de temps que ce qu'il nous restait. En effet l'instabilité et la non linéarité de la suspension amène à de très longs calculs, il ne suffit pas de transposer ce qui à été fait en analogique.

Ce système existe quasiment tel quel dans l'industrie de la chimie, il sert de mélangeur entre deux liquides non miscibles, dans la fabrication de la vinaigrette ou de certain médicaments par exemple.

La suspension magnétique est un système dynamique non-linéaire avec certains coefficients variables qui influence la position du pendule. Ici nous l'avons étudié dans une condition limite. Pour le contrôler précisément, nous pouvons appliquer le Fuzzy Control et ajuster les coefficients aux différentes situations.

En pratique, il faut le contrôler en 3 dimensions, comme par exemple dans le cas d'un train magnétique, mais dans toutes ces applications les consignes sont des rampes et non pas des impulsions. Ces consignes génèrent beaucoup moins d'harmoniques ce qui demande moins de robustesse.

## IX Annexes

### %%Modelisation du systeme

```
Kps=6;
Tm=0.023;
Ts=0.0115;
NUM=[Kps];
DEN=[Tm^2*Ts Tm^2 -Ts -1];
sys=tf(NUM,DEN);
```

### %%correcteur avance de phase

```
Wa=1000;
Kc=5;
a=800;
tc=1/(Wa*sqrt(a));
Wap=80;
Kcp=0.2;
ap=10;
tcp=1/(Wap*sqrt(ap));
Ku3=(Kps*Kcp-1)/(Kps*Kcp);
```

### %%representation d'etat

```
A=[0 1 0;1/(Tm^2) 0 Kp2/(Tm^2);0 0 -1/Ts];
B=[0;0;Kp1/Ts];
C=[Kp3 0 0];
D=0;
```

### %%commande

```
taupic=0.075;
zeta=0.74;
w0=pi/taupic/sqrt(1-zeta^2);
p1=-zeta*w0+w0*sqrt(zeta*zeta-1); p2=-zeta*w0-w0*sqrt(zeta*zeta-1);
P1=[p1 p2 -90.9091];
K=place(A,B,P1);
KG=-1/(C*inv(A-B*K)*B);
```